UAA 1 : Probabilités

Exercices supplémentaires

$1^{\text{ère}}$ partie : Analyse combinatoire

E. Manipuler la factorielle

1. Calcule, sans calculatrice :

(1) $\dfrac{7!}{6!}$

(2) $\dfrac{20!}{18!}$

(3) $4!+3!$

(4) $\dfrac{20!}{3!.5!.2!}$

(5) $\dfrac{63!}{60!.3!}$

(6) $\dfrac{1}{4!}-\dfrac{1}{5!}$

2. Simplifie les expressions suivantes :

(1) $\dfrac{n!}{(n-1)!}$

(2) $\dfrac{(n+2)!}{(n-1)!}$

(3) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}$

3. Résous les équations suivantes :

(1) $A_n^3 = 20n$ *Sol :* $n=6$; les solutions -3 et 0 sont à rejeter

(2) $A_n^4 = 12.A_n^2$ *Sol* : $n=6$; les solutions -1, 0 et 1 sont à rejeter

(3) $A_n^2 = 60+3n$ *Sol* : $n=10$; la solution $n=-6$ est à rejeter

(4) $2.C_n^2 + 6.C_n^3 = 9n$ *Sol* : $n=4$; les solutions -2 et 0 sont à rejeter

(5) $A_n^4 = 42.A_n^2$ *Sol* : $n=9$; la solution -4 est à rejeter

H. Exercices récapitulatifs

1. Invente une question d'exercice dont la réponse est A_{45}^{20} .

2. Une compagnie d'assurances classifie ses assurés selon le sexe (2 catégories), l'état civil (3 catégories) et le type de risque (10 catégories). De combien de catégories différentes cette compagnie dispose-t-elle ? *Sol :* 60

3. La compagnie de cidre Cidrobex veut identifier ses produits. Pour cela, elle émet certaines catégories les concernant :
   (1) selon le degré de CO_2, le cidre est qualifié de mousseux, pétillant ou non effervescent ;
   (2) selon le degré de sucre, il est qualifié de doux, semi-doux ou sec ;
   (3) selon le degré d'alcool, il est considéré comme léger ou fort.

   Combien de produits différents cette compagnie peut-elle produire ? *Sol :* 18

4. Un manufacturier produit 5 modèles de souliers en 10 pointures et 3 couleurs. Combien de différentes sortes de paires de souliers fabrique-t-il ? *Sol :* 150

5. On lance simultanément une pièce de monnaie et un dé. Combien y a-t-il de résultats possibles ? *Sol :* 12

6. De combien de façons différentes peut-on peindre les 4 murs d'une chambre si on dispose de 6 couleurs ? *Sol :* 1296

7. Douze coureurs prennent part à une course. De combien de façon peut-on attribuer le premier, le deuxième et le troisième prix ? *Sol :* 1320

8. De combien de façons 6 enfants peuvent-ils s'asseoir sur une rangée de six chaises si 3 d'entre eux refusent d'occuper les extrémités de la rangée ? *Sol :* 144

9. Avec les lettres du mot TRIANGLE, combien de mots de 8 lettres peut-on former commençant par une consonne, se terminant par une voyelle, la lettre R devant être une des 3 premières lettres ? *Sol :* 5040

10. De combien de façons peut-on colorer 7 cercles concentriques (ayant le même centre) à l'aide des couleurs suivantes : blanc, noir, rouge, jaune, bleu, vert et brun
    (1) si noir et blanc doivent colorer des cercles voisins mais noir doit colorer un cercle plus grand que blanc ? *Sol :* 120
    (2) si noir et blanc ne doivent jamais être placés côté à côte ? *Sol :* 3600

11. Cinq couples achètent des billets de saison de football au stade olympique. Ils obtiennent les 10 sièges de la rangée H de la section 740. De combien de façons différentes peuvent-ils occuper la rangée
    (1) s'ils se connaissent tous et peuvent occuper n'importe quel siège ? *Sol :* 3 628 800
    (2) s'ils désirent rester en couples ? *Sol* : 3 840
    (3) si les hommes et les femmes alternent ? *Sol :* 28 800
    (4) si les femmes sont assises ensemble ? *Sol :* 86 400
    (5) si les hommes sont assis ensemble, de même que les femmes ? *Sol : 28 800*

12. Un examen est composé de 3 sections de 6 questions chacune. Si un élève doit répondre à 2 questions par section, combien a-t-il de choix différents possibles ? *Sol :* 3375

13. De combien de façons peut-on ranger sur une étagère une biographie et 4 romans choisis parmi 3 biographies et 7 romans si l'on veut que la biographie soit toujours au centre ? *Sol :* 2520

14. De combien de façons différentes 4 personnes peuvent-elles se partager 12 objets différents s'il est entendu que chacune doit en avoir 3 ? *Sol :* 396 600

15. Parmi 7 hommes et 7 femmes, combien peut-on former de comités de 8 personnes ayant
    (1) 4 hommes et 4 femmes ? *Sol :* 1225
    (2) au plus 2 femmes ? *Sol :* 154

16. Un étudiant doit répondre à 10 questions sur 13 (l'ordre n'a pas d'importance). Combien a-t-il de possibilités
    (1) en tout ? *Sol :* 286
    (2) s'il doit répondre à la première question ou à la deuxième question, mais pas les deux ensemble ? *Sol :* 110
    (3) s'il doit répondre exactement à 3 des 5 premières questions ? *Sol :* 80
    (4) s'il doit répondre aux deux premières questions ? *Sol :* 165
    (5) s'il doit répondre au moins à 3 des 5 premières questions ? *Sol :* 276

17. Combien peut-on former d'équipes contenant au moins 2 personnes si on dispose de 10 personnes ? *Sol :* 1013

18. Combien peut-on former de mots de deux lettres différentes comprenant uniquement des voyelles ? *Sol* : 30

19. En supposant qu'il n'y a pas de répétition :
    (1) Combien de nombres de 3 chiffres peut-on former à l'aide des chiffres 2, 3, 5, 6, 7 et 9 ? *Sol :* 120
    (2) Combien de ces nombres sont inférieurs à 400 ? *Sol :* 40
    (3) Combien sont pairs ? *Sol :* 40
    (4) Combien sont impairs ? *Sol :* 80
    (5) Combien sont multiples de 5 ? *Sol* : 20

20. De combien de façons 10 élèves peuvent-ils se placer en file indienne ? *Sol :* 3 628 800

21. Combien peut-on former de mots différents (ayant un sens ou non) de quatre lettres sachant que la première et le troisième lettre sont des voyelles identiques et que la deuxième et la quatrième lettre sont des consonnes identiques ? *Sol :* 120

22. Annie, Claudine, Christine, François et Martine, candidates à l'élection de Super Mamy sont en demi-finale. Trois grand-mères sont choisies pour la finale.
    (1) De combien de manière le jury peut-il procéder à l'élection pour cette finale ? *Sol :* 10
    (2) Pour chaque trio sélectionné, de combien de manières le jury peut-il classer les candidates dans un ordre donné ? *Sol :* 6
    (3) Un palmarès est une liste de trois gagnantes dans l'ordre de préférence du jury : la Super Mamy, la première dauphine et la deuxième dauphine. En tant qu'éditeur, combien de palmarès dois-tu prévoir ? *Sol :* 60

I. Le triangle de Pascal

2. Applications

1. Développe les expressions suivantes :

   (1) $(3x+2)^6$

   (2) $\left(2x-\frac{1}{x}\right)^4$

   (3) $\left(\frac{3}{2}x-\frac{2}{3}\right)^4$

   (4) $\left(x^3-\frac{1}{x^2}\right)^5$

   (5) $\left(2+\sqrt{2}\right)^5$

2. Calcule le terme en

   (1) x^6 de $(x+a)^{12}$

   (2) x^7 de $(2x+1)^9$

   (3) x^5 de $(x^2-2x)^{15}$

J. Pour aller plus loin

1. Démontre que, pour tout entier *p* tel que $1 \leq p \leq n$, $p.C_n^p = n.C_{n-1}^{p-1}$.

   Sol : On développe chaque membre en utilisant la notation factorielle :

$$p.\frac{n!}{p!(n-p)!} \overset{?}{=} n.\frac{(n-1)!}{(p-1)!(n-1-(p-1))!}$$

$$p.\frac{n!}{p!(n-p)!} \overset{?}{=} n.\frac{(n-1)!}{(p-1)!(n-p)!}$$

$$\frac{p}{p.(p-1)!}.\frac{n!}{(n-p)!} \overset{?}{=} \frac{n.(n-1)!}{(p-1)!(n-p)!}$$

$$\frac{1}{(p-1)!}.\frac{n!}{(n-p)!} \overset{?}{=} \frac{n!}{(p-1)!(n-p)!}$$

   Et cette dernière égalité est bien vrai.

2.

2^{e} partie : Probabilité

B. Vocabulaire et notations

1. On choisit au hasard un naturel non nul inférieur ou égal à 20.

   Définis par une phrase affirmative l'événement contraire de A : "le naturel est pair et strictement supérieur à 9".

   Sol : $\overline{A}$: "le naturel est impair et inférieur ou égal à 9"

2. On a placé dans un sac 25 cartons sur lesquels sont inscrits chacune des lettres du mot « anticonstitutionnellement ». On tire un carton au hasard.

   Soit les événements

   A : "On tire un carton sur lequel figure la lettre *n*"

   B : "On tire un carton sur lequel figure une consonne"

   C : "On tire un carton sur lequel figure la lettre *e*"

   Détermine le nombre d'éventualités de chacun des événements suivants :

   $\overline{A}$, $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cup B$ et $A \cup C$.

   Sol : $\overline{A}$ contient 20 éventualités

   $A \cap B$ contient 5 éventualités

   $B \cap C$ contient 0 éventualité

   $A \cup B$ contient 15 éventualités

   $A \cup C$ contient 8 éventualités

C. Probabilités

1. Deux cartes sont tirées d'un paquet de 32 cartes. Trouve la probabilité que ces cartes soient toutes deux des as si la première carte tirée

   (1) est ensuite replacée dans le paquet ;

   $Sol: \frac{1}{64}$

   (2) n'est pas replacée dans le paquet.

   $Sol: \frac{3}{248}$

2. Une carte est tirée d'un jeu de 52 cartes. Les événements A et B sont définis comme suit :

   A : " La carte est un trèfle "

   B : " La carte est une image " (les as sont considérés comme des images)

   Calcule $p(A)$ et $p(B)$.

   $Sol: p(A)=\frac{1}{13}$ et $p(B)=\frac{4}{13}$

3. On choisit au hasard et simultanément 2 cravates dans un lot de 20 dont 5 sont abîmées. Calcule la probabilité d'avoir 2 cravates abîmées.

   $Sol: \frac{1}{19}$

4. Un plat de fruits contient 3 mangues, 5 pêches et 4 kiwis. On prend successivement 3 fruits au hasard. Calcule la probabilité pour que l'on ait, dans l'ordre, 2 kiwis et 1 mangue.

   $Sol: \frac{3}{110}$

5. Un dé non truqué est lancé deux fois de suite. Quelle est la probabilité d'obtenir :

   A : " deux fois le chiffre 6 " $Sol: p(A)= {}^{1}\!/_{6}$

   B : " au moins une fois le chiffre 6 " $Sol: p(B)= {}^{11}\!/_{36}$

   C : " la somme des points obtenus égale 4 " $Sol: p(C)= {}^{1}\!/_{12}$

   D : " la somme des points est plus grande ou égale à 8 " $Sol: p(D)= {}^{5}\!/_{12}$

6. Laura, Julie et Marie participent à une compétition de tennis. Laura et Julie ont la même probabilité de gagner et chacune d'elles a trois fois plus de chance que Marie de gagner. Calcule la probabilité pour que Laura ou Marie gagne.

   $Sol:\ p(L \cup M) = \frac{4}{7}$

7. Douze garçons et huit filles se trouvent dans la salle 1. Sept garçons et neuf filles sont dans la salle 2. Si je choisis au hasard une personne de l'une de ces deux salles, quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une fille ?

   $Sol:\ \frac{77}{160}$

8. J'ai à ma disposition plusieurs lettres : 4 A, 3 T et 5 E. Je prends 2 lettres au hasard. Quelle est la probabilité d'obtenir :

   A : " 2 voyelles identiques " $Sol:\ p(A) = \frac{8}{33}$

   B : " 2 voyelles " $Sol:\ p(B) = \frac{6}{11}$

   C : " 1 voyelle et 1 consonne "(sans ordre) $Sol:\ p(C) = \frac{9}{22}$

   D : " 1 T et 1 E " (sans ordre) $Sol:\ p(D) = \frac{5}{22}$

9. Le jour de la rentrée, 4 des 22 enfants d'une classe ont un pantalon bleu. Si je choisis deux enfants au hasard, quelle est la probabilité pour que :

   A : " ces deux enfants aient un pantalon bleu " $Sol:\ p(A) = \frac{2}{77}$

   B : " au moins l'un d'eux ait un pantalon bleu " $Sol:\ p(B) = \frac{26}{77}$

   C : " exactement un enfant ait un pantalon bleu " $Sol:\ p(C) = \frac{24}{77}$

10. On considère le jeu suivant : on jette une première fois une pièce de monnaie ; si on obtient face on gagne 4 € et le jeu s'arrête ; si on obtient pile, on gagne 1 € et le jeu se poursuit. On jette alors une deuxième fois la pièce. Si on obtient face, on gagne 2 € et le jeu s'arrête ; sinon on gagne 1 € et le jeu continue. On jette alors une troisième et dernière fois la pièce. Si on obtient face on gagne 2 € ; sinon on gagne 1 €. Quelle est la probabilité d'avoir 4 € à la fin du jeu ?

Sol : $\frac{5}{8}$

11. On jette une pièce de monnaie 4 fois de suite.
   (1) Quelle est la probabilité d'obtenir la suite (P, F, F, P) ?

   Sol : $\frac{1}{16}$

   (2) Quelle est la probabilité d'obtenir deux fois F et deux fois P ?

   Sol : $\frac{3}{8}$

12. Un dé non truqué est lancé deux fois de suite. On note la somme des points obtenus aux deux lancers. Quelles sont les sommes qui ont :
   (1) la plus forte probabilité d'apparaître ?

   Sol : La somme 7 apparaît le plus souvent avec une probabilité de $\frac{1}{6}$.

   (2) la plus faible probabilité d'apparaître ?

   Sol : La somme 2 apparaît le moins souvent avec une probabilité de $\frac{1}{36}$.

13. Un dé est truqué de telle sorte que la probabilité d'apparaître pour chacune des faces est proportionnelle au point marqué sur la face. On lance le dé une fois. Calcule :
   (1) la probabilité de chaque événement élémentaire.

   Sol : $p(\text{Obtenir } 1) = \frac{1}{21}$; $p(\text{Obtenir } 2) = \frac{2}{21}$; $p(\text{Obtenir } 3) = \frac{3}{21}$;

   $p(\text{Obtenir } 4) = \frac{4}{21}$; $p(\text{Obtenir } 5) = \frac{5}{21}$ et $p(\text{Obtenir } 6) = \frac{6}{21}$

   (2) la probabilité d'obtenir un nombre pair. *Sol* : $\frac{4}{7}$

   (3) la probabilité d'obtenir un nombre impair. *Sol* : $\frac{3}{7}$

14. On tire au hasard deux cartes (l'une après l'autre) d'un jeu ordinaire de 52 cartes.

(1) Calcule la probabilité pour que les deux cartes soient des piques.

Sol : $^1\!/_{17}$

(2) Calcule la probabilité pour qu'une carte soit un pique et l'autre soit un cœur.

Sol : $^{13}\!/_{204}$

15. Une enquête effectuée auprès de 1500 personnes adultes (habitants d'une ville) portant sur les jeux d'argent indique que

- 1182 jouent à la loterie (A)
- 310 vont au casino (B)
- 190 jouent autant à la loterie qu'au casino.

(1) Si une personne adulte de la ville est choisie au hasard, quelle est la probabilité qu'elle joue à la loterie ou au casino ?

Sol : $\dfrac{217}{250}$

(2) Quelle est la probabilité qu'elle joue uniquement au casino ?

Sol : $\dfrac{2}{25}$

16. Un jeu télévisé propose aux candidats deux épreuves :

- Pour la première épreuve, le candidat est face à cinq portes : une seule porte donne accès à la salle du trésor alors que les quatre autres s'ouvrent sur la salle de consolation.
- Pour la deuxième épreuve, le candidat se retrouve dans une salle face à huit enveloppes.

  Dans la salle du trésor : 1 enveloppe contient 1000 €, 5 enveloppes contiennent 200 €. Les autres contiennent 100 €.

  Dans la salle de consolation : 5 enveloppes contiennent 100 € et les autres sont vides.

Le candidat doit choisir une seule enveloppe et découvrir le montant qu'il a gagné.

(1) Quelle est la probabilité que le candidat ne gagne rien ? *Sol* : $\dfrac{3}{10}$

(2) Quelle est la probabilité que le candidat gagne au moins 200 € ? *Sol* : $\dfrac{3}{20}$

17. Soit A et B deux événements tels que $p(A)=\frac{1}{5}$ et $p(A\cup B)=\frac{1}{2}$. Supposons que A et B sont incompatibles, calcule $p(B)$.

Sol : $p(B)=\frac{3}{10}$

18. Soit $p(A)=0,4$, $p(B)=0,5$ et $p(A\cap B)=0,2$. Calcule $p(A\cup B)$, $p\left(\overline{A\cap B}\right)$ et $p\left(\overline{A\cup B}\right)$.

Sol : $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=0,7$

$p\left(\overline{A\cap B}\right)=1-p(A\cap B)=0,8$

$p\left(\overline{A\cup B}\right)=1-p(A\cup B)=0,3$

D. Probabilité conditionnelle

1. On lance un dé deux fois de suite. Sachant que les deux chiffres obtenus sont différents, calcule la probabilité des événements :

   A : " la somme obtenue vaut 6 "

   B : " la chiffre 1 apparaît une fois "

   C : " la somme obtenue est inférieure ou égale à 4 "

   Sol : $p(A) = 1/6$; $p(B) = 1/3$; $p(C) = 2/15$

2. Lors d'un sondage d'opinion, on a posé la question « Avez-vous pris des vacances l'an dernier ? ». On a obtenu les résultats suivants :

Réponse à la question posée	**Personnes ayant un revenu annuel de**	
	plus de 18 000 €	**moins de 18 000 €**
Oui	320	250
Non	80	350

   Quelle est la probabilité pour que :

   A : " une de ces personnes soit allée en vacances si elle gagne plus de 18 000 € " ?

   B : " une de ces personnes soit allée en vacances si elle gagne moins de 18 000 € " ?

   C : " une de ces personnes gagne moins de 18 000 € si elle est allée en vacances " ?

   Sol : $p(A) = 4/5$; $p(B) = 5/12$ et $p(C) = 25/57$

3. Trois étudiants cherchent la solution d'un problème sans se consulter. Le premier a une probabilité de 0,5, le deuxième de 0,6 et le troisième de 0,7 de trouver la solution. Quelle est la probabilité que le problème ne soit pas résolu ?

   Sol : 0,79

4. Les Anglais et les Américains orthographient le mot *rigueur*, respectivement *rigour* et *rigor*. Un homme ayant pris une chambre dans un hôtel parisien a écrit ce mot sur un bout de papier. Une lettre est prise au hasard dans ce mot, c'est une voyelle. Or 40 % des anglophones de l'hôtel sont des Anglais et les 60 % restants sont Américains. Quelle est la probabilité que l'auteur du mot soit Anglais ?

   Sol :

5. Dans un magasin d'électroménager, on s'intéresse au comportement d'un acheteur potentiel d'un téléviseur et d'un lecteur DVD.

   La probabilité pour qu'il achète un téléviseur est de 0,6. la probabilité pour qu'il achète un lecteur de DVD quand il a acheté un téléviseur est de 0,4. la probabilité pour qu'il achète un lecteur de DVD quand il n'a pas acheté de téléviseur est de 0,2.

   Quelle est la probabilité qu'il :

   A : " achète un téléviseur et un lecteur de DVD " ?

   B : " achète un lecteur de DVD " ?

   C : " achète un téléviseur s'il a acheté un lecteur de DVD " ?

6. Un laboratoire a mis au point un alcootest dont l'expérimentation donne ls résultats suivants (le taux d'alcoolémie, noté a, est défini comme la quantité d'alcool en gramme par litre de sang) :

	$a \geq 0,5$	$a < 0,5$
Test positif	96%	2%
Test négatif	4%	98%

   Sachant que dans la zone contrôlée, 5% des conducteurs ont un taux d'alcoolémie supérieur ou égal à 0,5, calcule la probabilité pour :

   (1) qu'un conducteur choisi au hasard ait un test positif.

   (2) qu'un conducteur dont l'alcootest est positif ait bien un taux d'alcoolémie supérieur ou égal à 0,5.

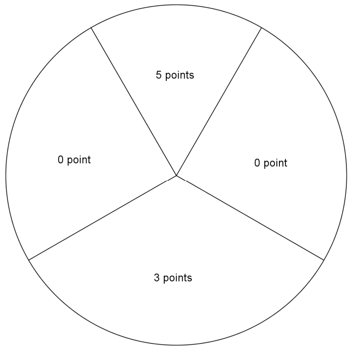
7. Une étude a porté sur les véhicules d'un parc automobile.

   On a constaté que :

   - lorsqu'on choisit au hasard un véhicule du parc automobile la probabilité qu'il présente un défaut de freinage est de 0,67 ;
   - lorsqu'on choisit au hasard dans ce parc un véhicule présentant un défaut de freinage, la probabilité qu'il présente aussi un défaut d'éclairage est de 0,48 ;
   - lorsqu'on choisit au hasard dans ce parc un véhicule ne présentant pas de défaut de freinage, la probabilité qu'il ne présente pas non plus de défaut d'éclairage est de 0,75.

   (1) Détermine la probabilité pour qu'un véhicule choisi au hasard présente un défaut d'éclairage. Traduis le résultat en terme de pourcentages.

(2) Détermine la probabilité pour qu'un véhicule choisi au hasard parmi les véhicules présentant un défaut d'éclairage présente aussi un défaut de freinage. Traduis le résultat en terme de pourcentages.



8. Une entreprise possède un système d'alerte anti-incendie. S'il y a danger, l'alarme se déclenche avec une probabilité de 0,99. S'il n'y a aucun danger, l'alarme peut se déclencher (par exemple pour une simple fumée de cigarette) avec une probabilité de 0,005. La probabilité pour qu'il y ait danger (début d'incendie) est 0,001.
Notons D l'événement « il y a danger » et A l'événement « l'alarme se déclenche ».
   (1) Détermine $p(A/D)$, $p(A/\overline{D})$ et $p(A)$.
   (2) Calcule la probabilité d'une fausse alerte, c'est-à-dire la probabilité qu'il n'y ait pas de danger sachant que l'alarme s'est déclenchée.
   (3) Calcule la probabilité d'une alerte manquée, c'est-à-dire la probabilité qu'il y ait danger sachant que l'alarme ne s'est pas déclenchée.

9. Une compagnie d'assurance automobile fait un bilan des frais d'intervention, parmi ses dossiers d'accidents de la circulation. 85 % des dossiers entraînent des frais de réparation matérielle. 20 % des dossiers entraînent des frais de dommages corporels. Parmi les dossiers entraînant des frais de réparation matérielle, 12 % entraînent des frais de dommages corporels. Soit les événements suivants : R : « le dossier traité entraîne des frais de réparation matérielle » ; D : « le dossier traité entraîne des frais de dommages corporels ». On choisit un dossier au hasard.
   (1) Représente les données dans un tableau.
   (2) Calcule la probabilité pour qu'un dossier
      A. entraîne des frais de réparation matérielle et des frais de dommages corporels ;
      B. entraîne seulement des frais de réparation matérielle ;
      C. entraîne seulement des frais de dommages corporels ;
      D. n'entraîne ni frais de réparation matérielle ni frais de dommages corporels ;
      E. entraîne des frais de réparation matérielle sachant qu'il entraîne des frais de dommages corporels.

10. *(Inspiré du Bac, juin 2011)* Un jeu consiste à lancer des fléchettes sur une cible. La cible est partagée en quatre secteurs, comme indiqué sur la figure.

On suppose que les lancers sont indépendants et que le joueur touche la cible à tous les coups.

(1) Le joueur lance une fléchette.

On note p_0 la probabilité d'obtenir 0 point.

On note p_3 la probabilité d'obtenir 3 points.

On note p_5 la probabilité d'obtenir 5 points.

On a donc $p_0 + p_3 + p_5 = 1$. Sachant que $p_5 = \frac{1}{2} p_3$ et que $p_5 = \frac{1}{3} p_0$, détermine les valeurs de p_0, p_3 et p_5.

(2) Une partie de ce jeu consiste à lancer trois fléchettes au maximum. Le joueur gagne la partie s'il obtient un total (pour les 3 lancers) supérieur ou égal à 8 points. Si au bout de 2 lancers, il a un total supérieur ou égal à 8 points, il ne lance pas la troisième fléchette.

On note G_2 l'événement : " le joueur gagne la partie en 2 lancers ".

On note G_3 l'événement : " le joueur gagne la partie en 3 lancers ".

On note P l'événement : " le joueur perd la partie ".

a. Montre, en utilisant en arbre pondéré, que $p(G_2) = {}^5\!/_{36}$.

On admettra que $p(G_3) = {}^7\!/_{36}$.

b. Déduis-en $p(P)$.

(3) Quelle est la probabilité que le joueur gagne la partie en 3 lancers, si sa première fléchette a atteint la cible dans la zone à 3 points ?

E. Evénements indépendants

1. On lance un dé à six faces bien équilibré. Les événements suivants sont-ils indépendants ?
   A : "Obtenir un nombre pair" et B : "Obtenir 3 ou 6".

2. D'après le tableau suivant, dans quels cas A et B sont-ils indépendants ?

	$p(A)$	$p(B)$	$p(A \cup B)$
Cas 1	0,1	0,9	0,91
Cas 2	0,4	0,6	0,76
Cas 3	0,5	0,3	0,73

3. On lance deux fois une pièce de monnaie et on considère les événements suivants :
   A : "Le premier lancer donne face"
   B : "Le deuxième lancer donne face"
   C : "Les deux lancers donne le même résultat"
   A et B sont-ils indépendants ?
   A et C sont-ils indépendants ?
   B et C sont-ils indépendants ?
   A, B et C sont-ils indépendants ?

4. Dans une population, la probabilité de naissance d'un garçon est 0,52. On sait d'autre part que 2% des filles et 1% des garçons présentent à la naissance une luxation congénitale de la hanche. On considère les événements suivants :
   F : "le nouveau-né est une fille"
   L : "le nouveau-né souffre d'une luxation de la hanche"
   Les événements F et L sont-ils
   □ indépendants mais non compatibles ?
   □ incompatibles mais non indépendants ?
   □ ni indépendants, ni incompatibles ?

5. Avant de lancer une nouvelle campagne de sensibilisation, une association humanitaire a étudié comment se sont répartis, en fonction de leur âge, les 400 donneurs de la campagne précédente, ceux-ci étant soit des donneurs occasionnels, soit des donneurs réguliers.
    - On compte 70 % de donneurs occasionnels.
    - Parmi les donneurs occasionnels, 30 % ont entre 20 et 34 ans.
    - Un tiers des donneurs réguliers a entre 35 et 60 ans.
    - Parmi les 198 donneurs âgés de plus de 60 ans, 26,3% sont des donneurs réguliers.

    Présente les informations dans un tableau.

    L'association a établi un fichier de ses donneurs. On prélève au hasard une de ces fiches et on note :
    - R l'événement « la fiche choisie est celle d'un donneur régulier »
    - C l'événement « la fiche choisie est celle d'un donné âgé de plus de 60 ans »

    Les événements C et R sont-ils indépendants ?

F. Pour se dépasser

1. Soit A, B et C trois événements tels que A et $B \cup C$ d'une part, A et $B \cap C$ d'autre part, soient indépendants. Les événements A et B sont-ils indépendants ?

2. A quelle condition deux événements incompatibles sont-ils indépendants ?

3. Soit A et B deux événements indépendants tels que $p(A) = \frac{1}{2}$ et $p(A \cup B) = \frac{2}{3}$. Calcule

   (1) $p(B)$ $\quad$ *Sol* : $\frac{1}{3}$

   (2)

4.